



ВАРИАНТИ[®]

списание по математика

СТУДЕНТИ

Брой 2 – 2008 г.

Съдържание:

Линейна алгебра.....	1
Аналитична геометрия.....	6
Аналитична геометрия в равнината.....	6
Анализ I част.....	9
Неопределени интеграли $\int f(x)dx$	9
Внасяне под знака на интеграла.....	9

Линейна алгебра

1. Дадени са матриците $A = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -4 \end{vmatrix}$, $B = \begin{vmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & 2 \end{vmatrix}$ и $E = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$. Кои от

операциите между тях $A - B$; $A + B$; $2A - 3B$; $3A - B + E$ са възможни и отговарят на:

А) $\begin{vmatrix} 10 & 1 & -2 \\ 9 & -4 & -14 \end{vmatrix}$; Б) $\begin{vmatrix} 4 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & -6 \end{vmatrix}$; В) $\begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -3 & 3 & -2 \end{vmatrix}$;

Г) Означените действия не могат да се извършват.

2. Дадено е матричното уравнение $A + 2X = B$, където $A = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 1 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix}$;

$B = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 3 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 2 \end{vmatrix}$. Матрицата X е:

А) $X = \begin{vmatrix} -1 & 3 & 1 \\ 2 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$; Б) $X = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$; В) $X = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$;

Г) $X = \begin{vmatrix} -2 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$.

продължава на следващата страница...

3. Дадени са матриците $A = \begin{pmatrix} 2 & -8 \\ 10 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ и $C = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. Тогава

$A - 2B - 3C$ е равно на:

А) 0; Б) 1; В) 2; Г) 3.

4. Дадени са матриците $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ и $C = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

Матрицата $D = A + B + C$ е:

$$\text{А) } D = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 4 \\ 1 & 4 & 0 \\ 2 & 7 & 3 \end{pmatrix}; \quad \text{Б) } D = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 5 \\ 1 & 5 & 1 \end{pmatrix}; \quad \text{В) } D = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 1 & 4 & 1 \\ -1 & 7 & 5 \end{pmatrix};$$

$$\text{Г) } D = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 1 & 4 & 1 \\ 1 & 7 & 5 \end{pmatrix}.$$

5. Дадени са матриците $A = \begin{pmatrix} 11 \\ 23 \\ 31 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$. Произведението $A \cdot B$ е:

$$\text{А) } AB = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 2 \\ 14 & 3 \end{pmatrix}; \quad \text{Б) } AB = \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 14 & 2 \\ 14 & 3 \end{pmatrix}; \quad \text{В) } AB = \begin{pmatrix} -6 & 2 \\ 2 & 14 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}; \quad \text{Г) } AB = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \\ 14 & 3 \end{pmatrix}.$$

6. Произведението на матриците $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & 0 \\ 1 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ е:

$$\text{А) } AB = \begin{pmatrix} 10 & 7 \\ 1 & 4 \\ 1 & 9 \end{pmatrix}; \quad \text{Б) } AB = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 4 & 2 \\ 9 & 4 \end{pmatrix}; \quad \text{В) } AB = \begin{pmatrix} 10 & 7 \\ 14 & 20 \\ 9 & 0 \end{pmatrix}; \quad \text{Г) } AB = \begin{pmatrix} 10 & 7 \\ 14 & 20 \\ 19 & 40 \end{pmatrix}.$$

продължава на следващата страница...

7. В матричното уравнение $\begin{vmatrix} -2 & -1 & 3 \\ 2 & 5 & 0 \\ -3 & -1 & 3 \end{vmatrix} \cdot X = \begin{vmatrix} -2 & 3 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 5 & 7 \\ -3 & 3 & -1 & -1 \end{vmatrix}$ матрицата X е равна

на:

$$\text{А) } X = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad \text{Б) } X = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad \text{В) } X = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & -2 \end{vmatrix};$$

$$\text{Г) } X = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \end{vmatrix}.$$

8. Матрицата X в уравнението $X \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 5 & -2 \\ 4 & 3 & -1 \\ 3 & -3 & 0 \end{vmatrix}$ е:

$$\text{А) } X = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix}; \quad \text{Б) } X = \begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{vmatrix}; \quad \text{В) } X = \begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ -3 & 0 & 0 \end{vmatrix};$$

$$\text{Г) } X = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}.$$

9. Ако съществува обратната матрица A^{-1} на матрицата $A = \begin{vmatrix} 3 & 0 & 5 & 2 \\ 3 & 6 & 4 & 3 \\ -4 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$, тя е равна

на:

$$\text{А) } A^{-1} = \begin{vmatrix} 7 & 5 & 41 & -59 \\ 2 & 3 & -20 & 43 \\ 12 & -5 & 4 & 18 \\ -19 & 8 & 11 & -159 \end{vmatrix}; \quad \text{Б) } A^{-1} = \begin{vmatrix} -7 & 5 & 41 & -59 \\ 5 & -2 & -30 & 43 \\ 12 & -5 & -69 & 99 \\ -19 & 8 & 111 & -159 \end{vmatrix};$$

$$\text{В) } A^{-1} = \begin{vmatrix} 6 & 5 & 41 & 59 \\ -5 & 2 & 43 & 30 \\ 19 & 5 & 69 & 99 \\ 12 & 11 & 8 & -59 \end{vmatrix}; \quad \text{Г) } A^{-1} = \begin{vmatrix} 7 & 5 & 59 & 41 \\ -5 & -2 & 3 & 34 \\ 12 & 5 & 96 & -159 \\ -19 & 8 & 111 & -59 \end{vmatrix}.$$

продължава на следващата страница...

10. Решението на матричното уравнение $AXB = C$, където $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ и

$$C = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \text{ е:}$$

$$\text{А) } X = \begin{pmatrix} -10 & 5 \\ 14 & -6 \end{pmatrix}; \quad \text{Б) } X = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -12 & \\ 0 & 3 \end{pmatrix}; \quad \text{В) } X = \begin{pmatrix} -10 & 5 & -6 \end{pmatrix}; \quad \text{Г) } X = \begin{pmatrix} -5 & 5 \\ 8 & -6 \end{pmatrix}.$$

отговорите са на следващата страница...

Отговори на теста по линейна алгебра:

1. В) 2. Б) 3. А) 4. В) 5. Б) 6. Г) 7. А) 8. Г) 9. Б) 10. А)
тест „Аналитична геометрия” на следващата страница...

Аналитична геометрия

Аналитична геометрия в равнината.

Ако напишете общото уравнение на права p , минаваща през точка $M(2;3)$, и ако...
(Задача 1 и 2)

1. ...правата p е успоредна на правата g_1 с уравнение $g_1 : 2x + 3y + 15 = 0$, то нейното уравнение е:

А) $p : 2x + 3y + 5 = 0$; Б) $p : x + y + 5 = 0$; В) $p : 2x - 3y + 5 = 0$; Г) $p : x - y = 0$.

2. ...правата p е перпендикулярна на правата g_2 с уравнение , то уравнението на правата p е:

А) $p : x + y - 1 = 0$; Б) $p : 2x + y - 1 = 0$; В) $p : 3x + 2y - 4 = 0$; Г) $p : x + y = 0$.

3. Страните на $\triangle ABC$ имат съответно уравнения $AB : 4x + 3y - 5 = 0$,
 $BC : x - 3y + 10 = 0$ и $AC : x - 2 = 0$. Координатите на върховете му са:

А) $A(2;-1); B(-1;3); C(2;4)$; Б) $A(-1;2); B(3;-1); C(4;2)$; В) $A(1;0); B(-2;3); C(1;3)$;
Г) $A(2;0); B(-2;-3); C(0;-1)$.

4. Ако са дадени координатите $M(4;3); N(2;1); P(3;-4)$ на средите на страните на $\triangle ABC$, то уравненията на страните му са:

А) $AB : 5x + y - 28 = 0; BC : 2x - 3y - 18 = 0; AC : 7x - 2y - 12 = 0$;
Б) $AB : 3x + 2y = 0; BC : 5x - y + 7 = 0; AC : 5x + 3y - 15 = 0$;
В) $AB : 2x - 3y - 8 = 0; BC : 3x - 2y - 5 = 0; AC : 15x - 9y + 12 = 0$;
Г) $AB : x - y - 7 = 0; BC : 5x + y - 23 = 0; AC : 7x - y + 13 = 0$.

5. Дадени са координатите на върховете на $\triangle ABC$, а именно: $A(4;4); B(5;-2); C(1;0)$.

Уравненията на страните на триъгълника и уравнението на медианата, минаваща през върха B , са:

А) $AB : 13x + 2y - 15 = 0; BC : y - 3 = 0; AC : x + 5 = 0$;
Б) $AB : 2x + 3y - 12 = 0; BC : 6x - 4y - 7 = 0; AC : x + y - 1 = 0$;
В) $AB : 6x + y - 28 = 0; BC : x + 2y - 1 = 0; AC : 4x - 3y - 4 = 0$;
Г) $AB : 9x - 7y + 2 = 0; BC : x + 9y = 0; AC : 5x - 2y + 17 = 0$.

6. Дадени са правите g_1 и g_2 с уравнения $g_1 : 5x - y + 7 = 0; g_2 : 3x + 2y = 0$. Ъгълът между тях е:

А) 45° ; Б) 0° ; В) 60° ; Г) 90° .

7. Правите g_1 и g_2 са зададени с уравнения $g_1 : 2x + 3y - 4 = 0; g_2 : 4x + 6y - 11 = 0$.

Какво е взаимното им положение?

А) $g_1 \perp g_2$; Б) $g_1 \parallel g_2$; В) те са кръстосани; Г) не може да се определи.
продължава на следващата страница...

8. Дадени са параметричните уравнения на правите $g_1 : \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -2 + 3t \end{cases}$ и

$g_2 : \begin{cases} x = 5 - 6t \\ y = -4 + 7t \end{cases}$. Общите уравнения на правите g_1 и g_2 са:

- А) $g_1 : x - 2y + 3 = 0; g_2 : 7x + 6y - 11 = 0$; Б) $g_1 : 2x - 6 = 0; g_2 : 5x + 6y - 11 = 0$;
В) $g_1 : 2x - y + 21 = 0; g_2 : 21x + 20y - 19 = 0$; Г) $g_1 : 3x + 2y - 3 = 0; g_2 : 7x + 6y - 11 = 0$.

9. Дадени са параметричните уравнения на правите $g_1 : \begin{cases} x = 5 + 4t \\ y = -2 - 2t \end{cases}$ и $g_2 : \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 7 + t \end{cases}$.

Взаимното им положение е:

- А) не може да се определи; Б) $g_1 \perp g_2$; В) g_1 и g_2 са кръстосани; Г) $g_1 \parallel g_2$.

10. Дадени са точката $M(3; -2)$ и правата $g : 2x - y - 3 = 0$. Ортогоналната проекция M_1 на точката M върху правата g и симетричната точка M_2 на точката M спрямо правата g имат координати:

- А) $M_1(1; -1); M_2(-1; 0)$; Б) $M_1(-1; 1); M_2(0; -1)$; В) $M_1(-2; 2); M_2(2; 3)$;
Г) $M_1(4; 5); M_2(3; 0)$.

отговорите са на следващата страница...

Отговори на теста по аналитична геометрия:

1. А) 2. В) 3. А) 4. Г) 5. В) 6. А) 7. Б) 8. Г) 9. Г) 10. А)
тест „Анализ I част” на следващата страница...

Анализ I част

Неопределени интегралы $\int f(x)dx$.

Внасяне под знака на интеграла

Производната на $f(x)$ е $f'(x)$, а диференциалът и е $df(x) = f'(x)dx$. Същото равенство, написано в обратен ред, т.е. $f'(x)dx = df(x)$ означава, че функцията $f(x)$ е внесена под знака на диференциала „ d ”. Например: $\int \cos x dx = \int (\sin x)' dx = \int d(\sin x) = \sin x + C$.

1. Решението на интеграла $\int (x+5)^{20} dx$ е:

А) $\frac{1}{20}(x+5)^{19} + C$; Б) $\frac{1}{19}(x+5)^{21} + C$; В) $\frac{1}{21}(x+5)^{21} + C$; Г) $\frac{1}{21}x^{21} + C$.

2. Интегралът $\int \sqrt[3]{x-4} dx$ има за решение:

А) $\frac{3}{4}(x-4)^{\frac{4}{3}} + C$; Б) $\frac{3}{4}(x-4)^{\frac{3}{4}} + C$; В) $\frac{3}{4}x^3 + C$; Г) $\frac{4}{3}(x-4) + C$.

3. При правилното решаване на интеграла $\int \frac{dx}{\sin^2(x-2)}$ се получава?

А) $\cot g(x-2) + C$; Б) $tg(x-2)$; В) $-\cot g(x-2) + C$; Г) $-tg(x-2) + C$.

4. След внасяне под знака на диференциала на под-интегралната функция на

$\int \frac{dx}{\sqrt{1-(x-3)^2}}$ получихте:

А) $\sin(x-3) + C$; Б) $\arcsin(x-3) + C$; В) $\arccos(x-3) + C$; Г) $\cos(x-3) + C$.

5. Решението на $\int e^{-3x} dx$ е:

А) $-\frac{1}{3}e^{-x} + C$; Б) $-\frac{1}{3}e^{-2x} + C$; В) $-\frac{1}{3e^x} + C$; Г) $-\frac{1}{3}e^{-3x} + C$.

6. Кое от предложените решения на $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{\cos 2x}}$ е вярно?

А) $\frac{1}{\sqrt{2}} \sin(\sqrt{2} \sin x) + C$; Б) $\frac{1}{\sqrt{2}} \arcsin(\sqrt{2} \sin x) + C$; В) $\sqrt{2} \arccos(\sqrt{2} \cos x) + C$;

Г) $\frac{1}{\sqrt{2}} \arccos(\sqrt{2} \cos x) + C$.

продължава на следващата страница...

7. Вярното решение на $\int \frac{e^x dx}{\sqrt{1-e^{2x}}}$ е:

А) $\sin e^x + C$; Б) $\arcsin e^x + C$; В) $\arccos e^x + C$; Г) $\cos e^x + C$.

8. Решението на $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}(\arcsin x)^2}$ е:

А) $\frac{1}{\arccos x} + C$; Б) $\arccos x + C$; В) $-\frac{1}{\arcsin x} + C$; Г) $-\frac{1}{\arctg x} + C$.

9. Интегралът $\int \frac{dx}{\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)}$ има решение:

А) $\ln\left|\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2} + \frac{5\pi}{12}\right)\right| + C$; Б) $\log_3[\operatorname{tg}(x+5\pi)] + C$; В) $\cot g(2x+5\pi) + C$;

Г) $\ln\left|\cot g\left(\frac{x}{2} + \frac{5\pi}{12}\right)\right| + C$.

10. При решаването на $\int \frac{(2x+3)dx}{\sin(x^2+3x+1)}$, получихте ли:

А) $\log_2\left[\cot g \frac{x^2+3x+1}{2}\right] + C$; Б) $\log_3\left|\operatorname{tg} \frac{x^2+3x+1}{2}\right| + C$; В) $\ln\left|\operatorname{tg} \frac{x^2+3x+1}{2}\right| + C$;

Г) $\operatorname{tg}\left|\frac{x^2+3x+1}{2}\right| + C$.

отговорите са на следващата страница...

Отговори на теста по анализ I част:

1. B) 2. A) 3. B) 4. Б) 5. Г) 6. Б) 7. Б) 8. B) 9. A) 10. B)

*Сваляйте безплатно новите броеве на списание „ВАРИАНТИ” на адрес:
<http://www.lazarovi.com/online-baza/>
Успех!*

Уважаеми читатели, съдържанието на това списание е съобразено с програмата на МОН, но главната му цел е да подпомогне обучението на учениците на фирма „Братя Лазарови”. Фирмата има специализирана методика на преподаване, която включва материал по математика с повишена трудност, който се изучава в следващия клас в училище.

©1992-2008 Списание по математика „ВАРИАНТИ”[®], една продукция на фирма за уроци по математика „Братя Лазарови”. Всички права запазени.