



ВАРИАНТИ[®]

списание по математика

XI клас

Брой 4 – 2008 г.

1. Решете уравнението $\frac{x}{x + \sqrt{1+x^2}} + \frac{x}{x - \sqrt{1+x^2}} = x - 3$.

А) $x = 0$; Б) $x_1 = -1; x_2 = \frac{3}{2}$; В) $x_1 = 1; x_2 = -\frac{3}{2}$; Г) $x = -1$.

2. Неравенството $\frac{x^2 - 1}{x^2 + x + 1} < 1$ ипа за решение:

А) $x \in (-\infty; -2)$; Б) $x \in (-2; +\infty)$; В) $x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$; Г) $\forall x$.

3. Напишете първите три члена на аритметична прогресия, ако $\begin{cases} S_5 - S_2 - a_5 = 0,1 \\ S_4 + a_7 = 0,1 \end{cases}$.

А) $-0,7; -0,4; -0,1$; Б) $0,7; 0,4; 0,1$; В) $0,3; 0,5; 0,6$; Г) $-0,3; -0,5; -0,6$.

4. Намерете наредените двойки $(a_1; d)$ на аритметична прогресия за която е дадена

системата: $\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 = 15 \\ a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 173 \end{cases}$.

А) $(2; 5); (10; 11)$; Б) $(-1; 6); (9; 11)$; В) $(1; 1); (-12; -6)$; Г) $(-2; 7); (12; -7)$.

5. Да се намерят наредените двойки $(a_1; q)$ на геометрична прогресия, за

която: $\begin{cases} a_5 - a_1 = 15 \\ a_4 - a_2 = 6 \end{cases}$.

А) $(1; 2); (-16; 0,5)$; Б) $(-1; -2); (16; -0,5)$; В) $(2; 1); (0,5; -16)$; Г) $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right); \left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{4}\right)$.

6. Между числата a и b ($a \neq b$) да се вместят p числа, които заедно с дадените да образуват аритметична прогресия. Запишете чрез параметрите a, b и p първите 4 члена на тази прогресия, ако $p \geq 3$.

А) $a; \frac{a+b}{p}; \frac{p+2b}{a+1}; \frac{ap+3b}{b+1}$; Б) $a; \frac{ap+b}{p+1}; \frac{ap-a}{a+b}; \frac{ap+3b-a}{p+1}$;
В) $a; \frac{ap+b}{p+1}; \frac{ap+2b}{p}; \frac{ap+3b-2a}{p+1}$; Г) $a; \frac{ap+b}{p+1}; \frac{ap+2b-a}{p+1}; \frac{ap+3b-2a}{p+1}$.

продължава на следващата страница...

7. Да се намерят четири цели числа, първите три от които образуват аритметична прогресия, а последните три –геометрична прогресия, като се знае, че сумата на крайните числа е 37, а сумата на средните е 36.

А) 9;11;13;15; Б) 12;16;20;25; В) 13;15;17;21; Г) 7;9;11;13.

8. Да се намери аритметична прогресия, за която

$$\begin{cases} S_n - a_1 = 48 \\ S_4 - a_n = 36 \\ S_n - a_1 - a_2 - a_{n-1} - a_n = 21. \end{cases}$$

А) 2;4;6.....; Б) 1;3;5.....; В) -4;-2;0.....; Г) 12;15;17.

9. От топки с еднаква големина е построена пирамида така: наредени са топки в квадрат, плътно една до друга, като във всеки ред има по 10 топки. Във всеки ред на втория пласт има по 9 топки и т.н. Най-отгоре има само една топка. Колко са всички топки?

А) 360; Б) 365; В) 375; Г) 385.

10. Нека x_1 и x_2 са корени на уравнението $x^2 - 3x + a = 0$, x_3 и x_4 са корени на уравнението $x^2 - 12x + b = 0$. Ако редицата x_1, x_2, x_3, x_4 е растяща геометрична прогресия, числата a и b са:

А) 2;32; Б) 3;33; В) 4;44; Г) 5;55.

11. Дадени са p аритметични прогресии, всяка от които има по n члена. Първите им членове са съответно $1, 2, 3, \dots, p$, а разликите им са $1, 3, 5, \dots, 2p - 1$. Сумата от членовете на всички прогресии е:

А) $np(1+n)$; Б) $1+np$; В) $\frac{np}{2}(1+np)$; Г) $np(1+np)$.

12. Колко еднакви члена имат аритметичните прогресии $5, 8, 11, \dots$ и $3, 7, 11, \dots$, ако всяка от тях се състои от 100 члена?

А) 20; Б) 22; В) 23; Г) 25.

13. Четири цели числа a_k, a_l, a_m и a_n , които са членове на една аритметична прогресия образуват геометрична прогресия. Числата $k-l, l-m$ и $m-n$, образуват:

А) аритметична прогресия; Б) геометрична прогресия;
В) безкрайно намаляваща геометрична прогресия; Г) не може да се определи.

14. Редицата с общ член $a_n = \frac{3n+7}{2n+5}$ е:

А) намаляваща; Б) ограничена отдоло; В) ограничена отгоре; Г) растяща.

15. Докажете, че за всяко естествено число n е изпълнено равенството:

$$\left(1 - \frac{4}{1}\right) \left(1 - \frac{4}{9}\right) \left(1 - \frac{4}{25}\right) \dots \left(1 - \frac{4}{(2n-1)^2}\right) = \frac{1+2n}{1-2n}.$$

(доказателство)

Отговори:

1. В) 2. Б) 3. А) 4. Г) 5. А) 6. Г) 7. Б) 8. Б) 9. Г) 10. А)
11. В) 12. Г) 13. Б) 14. Г) 15. -

Задачи със свободен отговор:

15. (за доказване)

Всяка задача от 1 до 15 има само един верен отговор.

Петнадесетте тестови задачи са разпределени в групи съобразно степента на сложност:

- от 1 до 5 се оценяват с 3 точки;*
- от 6 до 10 - с 5 точки;*
- от 11 до 15 - с 8 точки.*

Оценката се изчислява по формулата: $O = 2 + \frac{k}{20}$, където k е броят на получените точки.

*Сваляйте безплатно новите броеве на списание „ВАРИАНТИ” на адрес:
<http://www.lazarovi.com/online-baza/>
Успех!*

Уважаеми читатели, съдържанието на това списание е съобразено с програмата на МОН, но главната му цел е да подпомогне обучението на учениците на фирма „Братя Лазарови”. Фирмата има специализирана методика на преподаване, която включва материал по математика с повишена трудност, който се изучава в следващия клас в училище.

©1992-2008 Списание по математика „ВАРИАНТИ”[®], една продукция на фирма за уроци по математика „Братя Лазарови”. Всички права запазени.